

Cahier d'exercices

**Calcul différentiel,
applications en sciences de la nature**

André Ross

*À France, Magali, Noémie et Jean-Christian
Solène, Damien
Alice, Maëlle, Philémon*

© 2019

Tous droits réservés

Il est interdit de reproduire cet ouvrage,
en tout ou en partie, sous quelque forme que ce soit,
sans la permission écrite de l'auteur.

Infographie

André Ross
Prodafor Inc.

© 2019 Prodafor Inc
17 rue Sainte-Thérèse
Lévis (Québec) G6V 5K6
1-418-833-4391
Fax: 1-418-833-8364
prodafor@videotron.ca

Cahier d'exercices

Calcul différentiel applications en sciences de la nature
ISBN 978-2-923330-53-2
Dépôt légal - Bibliothèque nationale du Québec, 2019
Dépôt légal - Bibliothèque nationale du Canada, 2019

Table des matières

Calcul différentiel, applications de la nature

Fonctions et modélisation01	1
Taux de variation.....	7
Limites	11
Continuité.....	15
Taux ponctuel, levée de l'indétermination	20
Définition de la dérivée.....	22
Opérateur de dérivation.....	23
Applications de la dérivée.....	28
Dérivation, exponentielle et logarithmique de base e	34
Dérivation, fonctions trigonométriques	39
Dérivation de fonctions composées	41
Analyse de fonctions	45
Limite à l'infini et asymptote.....	48
Analyse de fonctions (asymptotes).....	50
Dérivation, trigonométriques composées	60
Optimisation, fonctions algébriques	65
Optimisation fonctions transcendantes.....	68
Dérivation implicite.....	70
Taux de variation liés	74
Fonctions trigonométriques inverses.....	77
Réponses.....	83

Avant-propos

Ce cahier d'exercices a été conçu pour être utilisé en classe afin d'encadrer l'étudiant dans ses premières tentatives de résolution d'exercices.

Chaque numéro d'exercice sur un thème particulier de la table des matières réfère à une vidéo dont le lien est donné sur la page du professeur. Celui-ci peut présenter chaque problème à l'aide de la vidéo correspondante et mettre sur pause pour laisser l'étudiant le résoudre. En remettant la vidéo en marche, le professeur présente alors la solution que l'étudiant peut comparer à la sienne pour détecter d'éventuelles erreurs et les corriger.

La solution des exercices de chacun des thèmes est également accessible sur la page du professeur sous format pdf.

Il est à noter qu'il ne suffit pas de faire les exercices de ce cahier pour réussir le cours, l'étudiant doit aussi résoudre les exercices du livre recommandés par le professeur. Les exercices de ce cahier ne figurent pas dans le livre.

Trigonométriques inverses

Exercice 01a: valeurs optimales

Déterminer les valeurs optimales relatives et absolues de la fonction définie par $f(x) = 0,2x + \text{Arctan}(5 - x)$ dans l'intervalle $[-8; 10]$.

Solution

Dérivée première

Valeurs critiques

Dérivée seconde

À COMPLÉTER

$$\frac{d}{du}(\text{Arcsin } u) =$$

$$\frac{d}{du}(\text{Arccos } u) =$$

$$\frac{d}{du}(\text{Arctan } u) =$$

$$\frac{d}{du}(\text{Arccot } u) =$$

$$\frac{d}{du}(\text{Arcsec } u) =$$

$$\frac{d}{du}(\text{Arccsc } u) =$$

x	$f(x)$

Conclusion

Exercice 01b: équation de la tangente

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de la fonction définie par $f(x) = 0,2x + \text{Arctan}(5 - x)$ au point d'abscisse 0.

Solution

REMARQUE

L'équation d'une droite de pente $f'(a)$ passant par un point de coordonnées $(a; f(a))$ est donnée par

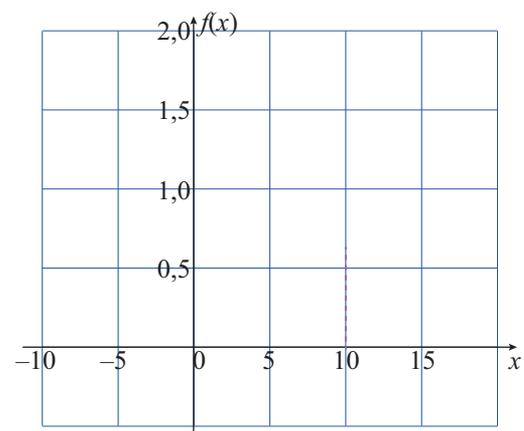
$$y - f(a) = f'(a) (x - a).$$

Exercice 01c: représentation graphique

Représenter graphiquement la fonction $f(x) = 0,2x + \text{Arctan}(5 - x)$.

Solution

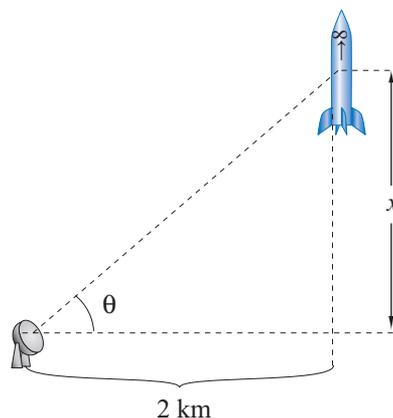
x									
$f'(x)$									
$f''(x)$									
$f(x)$									



Exercice 02a: taux de variation liés

Un poste de radar doit suivre une fusée téléguidée dont la base de lancement est située à deux kilomètres. La fusée s'élève verticalement à une vitesse de 800 m/s. Déterminer la relation entre le taux de variation de l'angle d'élévation et celui de l'altitude de la fusée.

Solution



Exercice 02b: calcul du taux

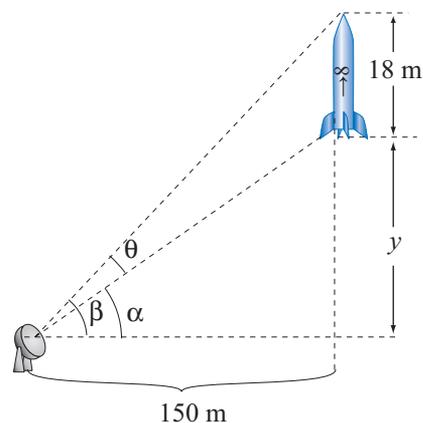
Déterminer la vitesse à laquelle doit pivoter la caméra pour ne pas perdre la fusée lorsque celle-ci est à une hauteur de 500 m, de 2000 m.

Solution

Exercice 03a : relation entre les variables

Une fusée de 18 m de longueur s'élève à une vitesse de 300 m/s en suivant une trajectoire verticale. Une caméra installée au sol à 150 m du point de lancement permet de filmer le vol de la fusée. La caméra doit cadrer exactement la fusée pour détecter tout incident en cours de vol. Exprimer l'angle θ en fonction de l'altitude y de la fusée.

Solution



Exercice 03b : relation entre les taux de variation

Déterminer la relation entre le taux de variation de l'angle θ et le taux de variation de l'altitude de la fusée.

Solution

Exercice 03c: calcul du taux de variation

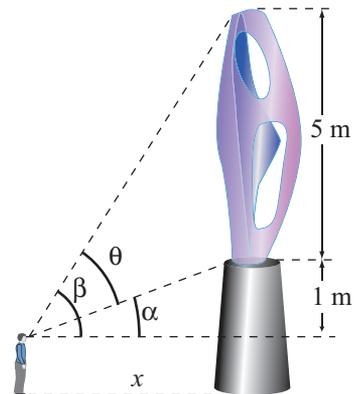
Déterminer le taux de variation de l'angle θ , 1 s après le lancement et 2 s après le lancement.

Solution

Exercice 04a: relation entre les variables

Un amateur de sculpture en admire une posée sur un socle. Le pied de la sculpture est à 1 m au-dessus de l'œil de ce passionné et la sculpture fait 5 m de hauteur. Exprimer l'angle θ en fonction de x , la distance entre l'observateur et le socle.

Solution



Exercice 04b: relation entre les taux de variation

Déterminer la distance à laquelle l'amateur doit se tenir pour que l'angle de visée soit maximal.

Solution

Dérivée première

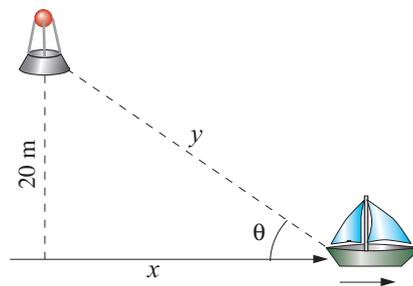
Valeurs critiques

Dérivée seconde et test

Exercice 05a : relation entre les variables

Un bateau qui navigue en ligne droite à une vitesse de 15 m/min, vient de passer une bouée située à 20 m de sa trajectoire. Déterminer la relation entre l'angle de visée de la bouée et la distance du bateau à la bouée.

Solution



Exercice 05b : relation entre les taux de variation

Déterminer la relation entre les taux de variation.

Solution

Exercice 05c: calcul du taux

Calculer le taux de variation de l'angle de visée une minute après que le bateau a passé la bouée.

Solution

Exercice 05d: calcul du taux

Calculer le taux de variation de l'angle de visée une minute et 20 secondes après que le bateau a passé la bouée.

Solution

Exercice 05e: calcul du taux

Calculer le taux de variation de l'angle de visée deux minutes après que le bateau a passé la bouée.

Solution