



Luca Pacioli
1445-1517

Luca Bartolomes Pacioli est un religieux franciscain et mathématicien italien qui s'adonnait à la peinture et aux mathématiques. Il est considéré comme le père du principe connu sous le nom de « comptabilité à double entrée ».

Luca Pacioli

Luca Pacioli est né à Borgo San Sepolcro en Toscane en 1445. Il y commence ses études puis se rend à Venise où il suit les cours de Domenico Bragadino, lecteur public de la République de Venise tout en étant le précepteur des trois fils d'un marchand vénitien. En 1471, il part pour Rome, auprès de Leon Battista Alberti (1404-1472), figure importante de la Renaissance italienne qui, dès 1435, a développé des méthodes scientifiques de représentation de la perspective, méthodes présentées dans son *Traité de la peinture*.

Pacioli devient moine vers 1476 dans le couvent franciscain *San Francisco della Vigna* de Venise. Il est autorisé à enseigner les mathématiques et dans ce but, il voyage à travers l'Italie, il enseigne notamment à Urbino où le futur duc, Guidobaldo da Montefeltro est son élève.

En 1496, Ludovico Sforza l'invite à Milan. Il y fait la rencontre de Léonard de Vinci avec qui il se lie d'amitié et à qui il enseigne les mathématiques. En 1499, Milan est assiégée par Louis XII qui prend la ville et en expulse leur protecteur Ludovico Sforza.

Vinci et Pacioli quittent alors la ville et se réfugient à Mantoue. Pacioli enseigne ensuite les mathématiques à l'université de Pavie puis à Bologne. En 1508, il est à Venise et enseigne les *Éléments* d'Euclide. Il retourne à Rome en 1514 où il meurt en 1517.

En 1494, Pacioli édite à Venise un ouvrage

intitulé *Summa de arithmetica, geometria, de proportioni et de proportionalita*. Il y résume l'ensemble des connaissances mathématiques de son époque, principalement en algèbre. Il y présente la *méthode vénitienne* de tenue des comptes. On crédite Pacioli de l'invention de la comptabilité à deux entrées même si dans cet ouvrage il ne fait que présenter le savoir des marchands de son temps en la matière.

En 1509, il édite l'ouvrage *De divina proportione* qui traite essentiellement du nombre d'or et est illustré par son ami Léonard de Vinci. L'œuvre traite aussi de l'usage de la perspective par le peintre Piero della Francesca. La troisième partie de l'ouvrage est une traduction en italien de l'ouvrage de Piero della Francesca, produite en latin, sur les cinq solides réguliers mais n'inclut aucune référence à l'auteur originel. Pacioli fut d'ailleurs fortement critiqué pour cet « oubli ».

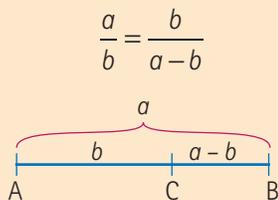
Pacioli a également publié une version latine des *Éléments* d'Euclide, en 1509, un traité d'abaque, écrit pour ses élèves de Pérouse et un traité sur le jeu d'échecs, *De ludo scacchorum*.

1. La comptabilité en partie double (où à double entrée) est la base du système comptable dans les entreprises et les organisations. L'enregistrement des écritures se fait dans deux comptes : un compte débité, et un compte crédité.

Divine proportion

L'appellation *Divine proportion*, est celle utilisée par Luca Pacioli pour désigner ce que les grecs appelaient *extrême et moyenne raison* et que les modernes appellent *nombre d'or*.

La division d'un segment en extrême et moyenne raison signifie diviser le segment de telle sorte que le rapport du segment total au plus grand des deux segments obtenus par division soit égal au rapport du plus grand des deux segments obtenus au plus petit des deux. Autrement dit, un segment AB de longueur a est divisé en deux segments de telle sorte que :



On peut facilement déterminer la valeur de ce rapport. En effet :

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a-b} = \frac{1}{\frac{a}{b}-1}$$

En posant $\phi = a/b$, on obtient :

$$\phi = \frac{1}{\phi-1} \text{ et } \phi^2 - \phi = 1, \text{ d'où : } \phi^2 - \phi - 1 = 0.$$

On appelle cette équation l'*équation caractéristique du nombre d'or*. Les racines de cette équation quadratique sont :

$$\phi = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

La racine positive est la valeur numérique du nombre d'or.

Selon Pacioli, cette proportion mérite le qualificatif de « divine » pour cinq raisons :

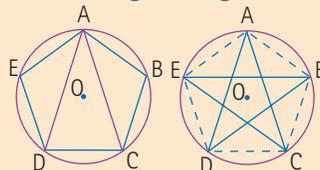
1. Comme Dieu, elle est unique.
2. Comme la Sainte Trinité est une substance en trois personnes, elle est une seule proportion en trois termes :

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a-b}$$

3. Comme Dieu ne peut se définir en paroles, elle ne peut s'exprimer par des nombres intelligibles (entiers) et par des quantités rationnelles, mais est toujours occulte et secrète et appelée par les mathématiciens *irrationnelle*.
4. Comme Dieu elle est toujours semblable à elle-même.

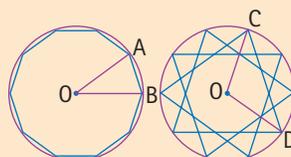
La cinquième propriété est le rôle qu'elle joue dans la construction des corps réguliers, en particulier le dodécaèdre, cinquième corps régulier de Platon pour qui ce corps était l'expression même de la quintessence ainsi que le rôle joué dans la construction du pentagone et du décagone. On sent percer dans l'expression de ces propriétés toute la mystique médiévale et toute l'admiration que l'on portait alors à la divine proportion. Celle-ci était en effet l'expression même de la beauté. Rien d'étonnant à ce qu'elle ait été utilisée de façon assez régulière dans les peintures de l'époque, surtout si on se rappelle que la peinture avait alors pour but d'illustrer les grands moments du drame chrétien et de susciter l'admiration des valeurs mystiques.

Pentagone régulier



$$\frac{\overline{AC}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \phi$$

Décagone régulier

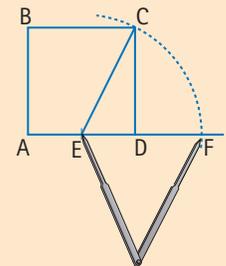


$$\frac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \phi$$

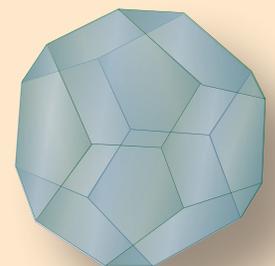
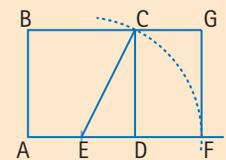
Rectangle d'or

Un rectangle d'or est un rectangle dont le rapport de la longueur L à la largeur l est ϕ . On peut facilement construire un rectangle d'or de la façon suivante.

On prend un carré ABCD de côté quelconque. En prenant E, le point milieu du côté AD, comme centre et EC comme rayon, on trace un arc de cercle qui coupe le prolongement du côté AD au point F.



On complète le rectangle en élevant en F une perpendiculaire à AF qui coupe le prolongement de BC en G. Le rectangle ABGF est alors un rectangle d'or



Dodécaèdre régulier
Cinquième corps régulier de Platon.