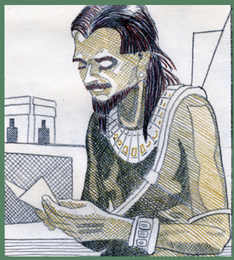


Brahmagupta
598-668

Brahmagupta est le deuxième grand mathématicien indien. Le premier fut Aryabhata l'Ancien (476 ; 550). Dans les ouvrages de Brahmagupta, écrits en vers, le zéro n'est plus seulement un symbole pour marquer une position vide dans l'écriture d'un nombre. Zéro devient un nombre à part entière qui est le résultat d'une opération et sur lequel on peut effectuer des opérations.

Brahmagupta

Brahmagupta est un mathématicien Indien qui vécut de 598 à 668. Né à Multan, au nord-ouest de l'Inde et aujourd'hui au Pakistan, Brahmagupta a passé une grande partie de sa vie dans la ville de Bhimal sous la protection du souverain de l'empire Gurjara. Il fut directeur de l'observatoire de Uijain qui était un centre important en mathématiques et en astronomie. Brahmagupta est l'auteur d'ouvrages intitulés *Brahma Shupta Siddhanta* (628) et *Khandakhadyaka* (665). Dans le *Brahma Shupta*, il définit l'usage du zéro en ayant recours aux notions de profit et de perte.

Par cette description, Brahmagupta définissait le comportement du zéro dans les opérations, lui qui, jusqu'alors, n'avait servi qu'à indiquer une place libre dans l'écriture des nombres. Il donnait de plus des règles correctes sur les signes lors d'opérations entre entiers relatifs (profits et pertes). Il s'est cependant trompé en tentant de définir la division par 0 et en donnant zéro comme résultat de la division de 0 par 0.

Dans cet ouvrage écrit en vers, Brahmagupta donne des règles de manipulation des nombres positifs et négatifs, une méthode de calcul des racines carrés, des méthodes de résolution des équations linéaires et quadratiques, des règles pour la manipulation des séries. Il poursuit ainsi les travaux d'Aryabhata l'Ancien sur des cas particuliers d'équations d'inconnues entières du type $ax + by = c$, où a, b et c sont des entiers.

Il présente une méthode de calcul du nom de *gomutrika* dont la traduction est la « trajectoire de l'urine d'une vache » ! Elle est semblable à celle encore utilisée de nos jours pour poser les multiplications.

Par exemple, 153 x 734 s'effectue :

```
1    734
5     734
3      734
-------------
      734
     3670
      2202
-------------
    112302
```

Définition du zéro

Brahma Shupta siddhanta

Une dette moins zéro est une dette.

Un bien moins zéro est un bien.

Zéro moins zéro donne zéro.

Une dette retranchée de zéro est un bien.

Un bien retranché de zéro est une dette.

Le produit de zéro par lui-même est nul.

Le produit ou le quotient de deux biens est un bien.

Le produit ou le quotient de deux dettes est un bien.

Le produit ou le quotient d'un bien par une dette est une dette.

Le produit ou le quotient d'une dette par un bien est une dette.

Dans ce même ouvrage, il démontre l'*identité de Brahmagupta*, la *formule de Brahmagupta* et le *théorème de Brahmagupta*.

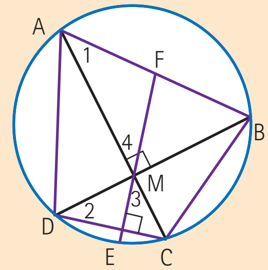
Identité de Brahmagupta

$$(a^2+b^2)(c^2+d^2) = (ac+bd)^2+(ad-bc)^2$$

En 772-773, le *Siddhânta* fut traduit du sanskrit à l'arabe, sur ordre du Calife Al-Mansûr, par *Ibrahim al Fazari* sous le titre de *Al-Zij al-Sindhind al-kabir*. Cette traduction fut très importante car, selon les chercheurs, il y a tout lieu de penser que c'est grâce à cette traduction que le système décimal de position inventé par les Indiens fut introduit chez les Arabes. Le *Khandakhadyaka* comporte huit chapitres et porte sur la longitude des planètes, la rotation diurne, les éclipses lunaires, les éclipses solaires, les croissants de la Lune et les conjonctions des planètes. Brahmagupta fut le premier mathématicien à utiliser l'algèbre pour résoudre des problèmes astronomiques. Dans le *Khandakhadyaka*, il estime la durée de l'année à 365 jours, 6 heures, 12 minutes et 36 secondes. La vraie longueur des années est d'un peu moins de 365 jours et 6 heures.

Théorème de Brahmagupta

Si un quadrilatère inscriptible a des diagonales perpendiculaires alors toute droite perpendiculaire à un côté quelconque du quadrilatère et passant par l'intersection des deux diagonales partage le côté opposé en deux parties égales.



$\Rightarrow$

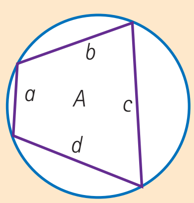
On suppose d'abord que ABCD est un quadrilatère inscriptible qui a ses diagonales perpendiculaires. En utilisant le fait que, dans un cercle, des angles inscrits qui interceptent le même arc sont égaux ($\angle 1 = \angle 2$), que la hauteur d'un triangle rectangle détermine deux triangles rectangles semblables au premier ($\angle 2 = \angle 3$), et que les angles opposés par le sommet sont égaux ($\angle 3 = \angle 4$), on obtient que que le triangle AMF est isocèle ce qui entraîne que les côtés AF et FM.

On procède de la même façon à partir des angles pour montrer que le triangle BMF est isocèle et que les côtés BF et MF sont de même longueur. Par conséquent, les côtés AF, FM et FB sont de même longueur et le point F divise le côté AB en deux segments égaux..

Formule de Brahmagupta

Brahmagupta a montré que l'aire du quadrilatère inscrit dans un cercle et de côtés *a*, *b*, *c* et *d* est :

$$A=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)},$$



où *p* est le demi-périmètre, soit :

$$p=\frac{a+b+c+d}{2}.$$

Brahmagupta a ainsi généralisé la formule de Héron d'Alexandrie qui donne l'aire d'un triangle dont les longueurs des trois côtés sont connues.

$$A=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)},$$

$$p=\frac{a+b+c}{2}.$$