$R^2\underline{3}$ signifie $\sqrt{3}$
R^5 représente $\sqrt[3]{5}$

Nicolas Chuquet
vers 1450-1488

Nicolas Chuquet a développé une écriture algébrique syncopée utilisant une représentation des exposants positifs, négatifs ou nuls. L'ouvrage original n'a été publié qu'en 1880, mais certaines parties furent publiés en 1520 par Estienne de La Roche qui était en possession du manuscrit de Chuquet.

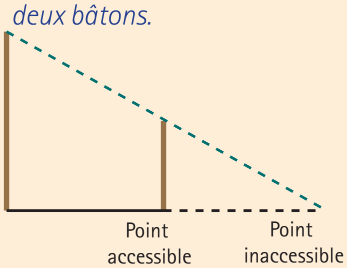
Nicolas Chuquet

Application de la géométrie

Chuquet ne s'est pas seulement intéressé à la science des nombres, il est également l'auteur d'un manuscrit intitulé *La Géométrie*. Il s'intéresse aux applications de la géométrie.

Il décrit une méthode pour mesurer la distance entre deux points dont l'un est inaccessible. Traduite en français moderne, sa description est la suivante.

Au point accessible, plante un bâton et prend un autre bâton deux fois plus long et recule jusqu'à ce que les sommets des deux bâtons et du point inaccessible soient alignés. La distance à mesurer est alors égale à celle entre les deux bâtons.



Selon ce qu'il révèle dans son manuscrit *Triparty en la science des nombres*, Nicolas Chuquet est né à Paris et était docteur en médecine. Vers 1480, il s'installe à Lyon où il est enregistré comme « escripvain », ce qui signifie, à l'époque, qu'il enseigne l'écriture aux enfants. Il se déclare par la suite « maître d'algorisme », c'est-à-dire qu'il enseigne l'arithmétique et ce, jusqu'à sa mort en 1488. En 1844, il rédige l'ouvrage *Triparty en la science des nombres.*

Chuquet indique qu'il a choisi le nom *Triparty* parce que son ouvrage comporte trois parties.

La première partie porte sur les nombres entiers et les nombres rompus. L'appellation « nombre rompu » désigne un nombre fractionnaire. Chuquet traite des progressions, des nombres parfaits, des proportions et de leurs propriétés. On y trouve la règle de trois, les règles de fausse position et de double fausse position et de calcul de nombres moyens.

Pour désigner une addition ou une soustraction, Chuquet utilise les lettres p et m surmontées d'un trait horizontal, soit

$$\bar{p} \text{ et } \bar{m}.$$

Ainsi, $3\bar{p}4$ désigne $3+4$

et $6\bar{m}2$ représente $6-2$.

Dans les résultats généraux, Chuquet indique, par exemple, que :

Deux nombres rompus encadrent cellui obtenu en ajoutant entre eux les numérateurs et les dénominateurs.

Avec le symbolisme moderne, Chuquet énonce que

$$\text{Si } \frac{a}{b} < \frac{c}{d}, \text{ alors } \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}.$$

On peut facilement vérifier l'affirmation de Chuquet en considérant des cas simples. Par exemple,

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$$

Selon l'énoncé de Chuquet, cela signifie que

$$\frac{1}{3} < \frac{1+1}{3+2} < \frac{1}{2} \text{ ou } \frac{1}{3} < \frac{2}{5} < \frac{1}{2}.$$

On peut facilement vérifier que dans ce cas, l'assertion est vraie en mettant au même dénominateur chacune des fractions, on obtient alors

$$\frac{10}{30} < \frac{12}{30} < \frac{15}{30}.$$

Considérons un deuxième cas,

$$\frac{2}{3} < \frac{3}{4}.$$

Selon l'énoncé de Chuquet, cela signifie que

$$\frac{2}{3} < \frac{2+3}{3+4} < \frac{3}{4} \text{ ou } \frac{2}{3} < \frac{5}{7} < \frac{3}{4}.$$

On peut également vérifier cette conclusion en mettant au même dénominateur chacune des fractions, on obtient alors

$$\frac{56}{84} < \frac{60}{7} < \frac{63}{4}.$$

Le manuscrit de Chuquet ne comporte pas de démonstrations, mais les deux exemples qui précèdent indiquent comment on pourrait procéder pour faire une démonstration en utilisant le symbolisme moderne. Il suffit de mettre au même dénominateur chacun des membres de la chaîne d'inégalités puis de comparer les numérateurs en se servant du fait que

$$\text{Si } \frac{a}{b} < \frac{c}{d}, \text{ alors } ad < bc.$$

La deuxième partie de l'ouvrage de Chuquet traite des racines simples. Pour désigner les racines carrées et les racines cubiques, Chuquet utilise respectivement les notations R^2 et R^3 et il souligne l'expression affectée par le radical.
Ainsi,

$$R^2\underline{3} \text{ signifie } \sqrt{3}$$

$$R^5\underline{5} \text{ représente } \sqrt[3]{5}.$$

Dans cette partie, Chuquet traite également des « racines composées » ou racines de racines. Ainsi,

$$\mathrm{R}^2\underline{3\ \bar{p}\ \mathrm{R}^2}5 \text{ désigne } \sqrt{3+\sqrt{5}}.$$

De même,

$$\mathrm{R}^2\underline{14\ \bar{p}\ \mathrm{R}^2 180} \text{ égaux } 3\bar{p}\ \underline{\mathrm{R}^2 5}$$

$$\sqrt{14+\sqrt{180}} = 3+\sqrt{5}.$$

La troisième partie du *Triparty* est consacrée à ce que Chuquet désigne par la « règle des premiers » et que les Italiens désignaient alors par « règle de la chose[1] ». Il indique lui-même :

Les Anciens ont appelé chose ce que je nomme premiers.

Chuquet n'utilise pas de symbole pour représenter l'inconnue, mais celle-ci peut être affectée d'un exposant appelé « dénomination ». Ainsi,

1^1 désigne ce que nous notons x^1,

5^2 désigne ce que nous notons $5x^2$.

Il indique que les Anciens ont utilisé les dénominations de 1 à 4, ce qui est nettement insuffisant pour traiter tous les problèmes. Dans son manuscrit, il utilise l'exposant 0 et des exposants plus grands que 4. Il utilise également des exposants négatifs qu'il note en faisant suivre l'exposant du symbole de la soustraction. Ainsi,

$$3^{3\bar{m}} \text{ représente } \frac{3}{x^3}.$$

Chuquet peut ainsi représenter diverses expressions algébriques :

$$8^3 \text{ pour } 8x^3,\ \bar{m}8^3 \text{ pour } -8x^3,$$

$$8^{3\bar{m}} \text{ pour } \frac{8}{x^3} \text{ et } \bar{m}8^{3\bar{m}} \text{ pour } \frac{-8}{x^3}.$$

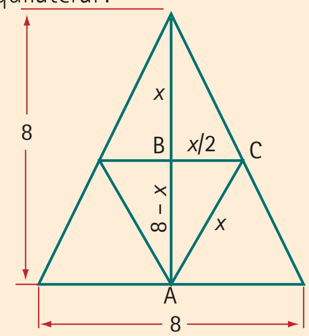
$$\mathrm{R}^2\underline{5^2+3^1} \text{ représente } \sqrt{5x^2+3x}.$$

Comme tous les auteurs de l'époque, Chuquet applique ses démarches à la résolution de problèmes liés au commerce. L'algèbre n'est pas un art particulier, mais comme pour les algébristes italiens de la même époque, c'est un ensemble de règles pour résoudre des problèmes d'arithmétique.

En 1870, le manuscrit de Chuquet fut découvert dans la bibliothèque royale et il fut édité en 1880. Le manuscrit comportait des annotations faites par Estienne de La Roche qui, en 1520, a édité *Larismetique et geometrie*, ouvrage qui fut réédité en 1538. Estienne de La Roche semble avoir été un voisin et peut-être un élève de Chuquet. Dans son ouvrage, il a reproduit plusieurs passages du *Triparty*. Quoiqu'il en soit, c'est par les travaux de La Roche que Chuquet a eu une influence sur le développement de l'algèbre. Chuquet semble avoir été le premier mathématicien à avoir utilisé le zéro et les nombres négatifs comme exposants. L'écriture développée par Chuquet utilise à la fois des termes abrégés du langage courant et des symboles. On utilise l'appellation *algèbre syncopée* pour décrire ce type d'écriture algébrique. Les mathématiciens Michaël Stifel (1486-1557), Adam Riese (1492-1559), Raphaël Bombelli (1526-1572), Simon Stevin (1548-1620) et François Viète (1540-1603) ont également utilisé une algèbre syncopée et sont les précurseurs de l'écriture algébrique moderne qui s'est développée à partir des travaux de René Descartes (1596-1650), John Wallis (1616-1703) et Isaac Newton (1643-1727).

L'algèbre et la géométrie

La base et la hauteur d'un triangle isocèle sont de 8 unités. On inscrit un triangle équilatéral dont le sommet est sur la base du triangle initial. Quelle est la longueur du côté du triangle équilatéral ?



En posant *x*, le côté du triangle équilatéral et en appliquant le théorème de Pythagore au triangle ABC, on obtient

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + (8-x)^2 = x^2$$

$$\frac{x^2}{4} + 64 - 16x + x^2 = x^2$$

$$x^2 + 256 - 64x + 4x^2 = 4x^2$$

Chuquet aurait écrit cette équation

$1^2 - 64^2 + 256$ égaulx 0.

Avec les procédures algébriques modernes, il est simple de déterminer que

$$x = \frac{64 \pm \sqrt{3\,072}}{2} = \frac{64 \pm \sqrt{3 \times 2^{10}}}{2} = \frac{64 \pm 2^5\sqrt{3}}{2} = 32 \pm 16\sqrt{3}.$$

La seule valeur à retenir dans ce contexte est

$$32 - 16\sqrt{3}.$$

1. Cette appellation vient du mot italien « cosa » qui signifie » chose » et désigne l'inconnue pour les algébristes italiens du XVe siècle.