



Aristote
~385 à ~322

Zénon a montré que la notion d'infini est source de paradoxes mais, Aristote ne peut simplement rejeter la notion d'infini. L'ensemble des nombres naturels obtenus par addition de l'unité impose cette notion. Aristote développe alors deux concepts, l'infini actuel et l'infini potentiel.

Aristote De l'infini

Segment de droite

A

B

Le nombre de points sur un segment de droite est-il fini ou infini? Si le nombre de points est infini, le fini peut contenir l'infini. Ce qui est paradoxal comme Zénon l'a montré.

L'autre option est de croire que le nombre de points est fini. C'est le choix des Pythagoriciens, et de cet axiome découlaient leur théorie des proportions et du rôle des nombres dans l'univers.

Aristote ne peut simplement rejeter la notion d'infini, l'ensemble des nombres naturels obtenus par addition de l'unité impose cette notion. Il développe alors deux concepts, l'infini actuel et l'infini potentiel.

Infini actuel

Un infini actuel serait un infini en acte et, pour Aristote, un tel infini ne peut exister. C'est en considérant par hypothèse l'existence d'un tel infini que les paradoxes ont été formulés.

Si on considère qu'un segment de droite est constitué d'une infinité de points, le fini peut contenir l'infini ce qui est paradoxal.

Infini potentiel

Pour la plupart des gens, l'infini est souvent conçu par opposition au fini, au complet, à l'achevé. C'est cette interprétation que retient Aristote pour définir l'infini potentiel. Dans cette conception, l'ensemble des nombres naturels est un ensemble infini parce qu'on ne peut compléter l'énumération de ses éléments. C'est un infini potentiel, un infini en puissance et non en acte, un infini qui n'existe pas dans la réalité mais seulement comme idée.

Considérons l'exemple de l'addition des termes suivants :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \dots + \frac{1}{2^i} + \dots$$

Pour Aristote, comme pour Zénon, cette somme est un infini potentiel, un processus sans fin, la question de la somme d'un nombre infini de termes n'a aucun sens. C'est également la conviction de René Descartes pour qui la notion de « somme infinie » n'est pas concevable. Leibniz reconnaît qu'il est impossible d'additionner une infinité de termes, mais même si l'esprit humain ne permet pas de concevoir chacun des termes de cette somme, il peut en saisir la globalité et reconnaître que la somme est 1.

Et le segment de droite ?

Aristote explique que le continu ne peut être une somme d'indivisibles, c'est-à-dire qu'une ligne ne peut être formée d'une infinité de points et qu'un intervalle de temps ne peut être constitué d'une infinité d'instant. Il explique qu'un point, comme un instant, n'a pas d'extrémités car une extrémité n'est pas de même nature que ce dont elle est l'extrémité. Un point est l'extrémité d'une ligne, il est donc de nature différente de la ligne. L'instant est l'extrémité d'un intervalle de temps et il en diffère pour la même raison.

Aristote appelle **continu** « ce qui est divisible en parties toujours divisibles ». La ligne est infiniment divisible et l'intervalle de temps est infiniment divisible. Ce sont donc des continus. Le point est l'extrémité d'une ligne et l'instant l'extrémité d'un intervalle de temps. Le point et l'instant ne sont pas divisibles, car ce ne sont pas des grandeurs. La limite (extrémité) est indivisible et la chose limitée est divisible. Pour pouvoir réfuter les paradoxes de Zénon, Aristote distingue donc le point qui est un indivisible de la ligne qui est un continu. De la même façon, il distingue l'instant qui est un indivisible de l'intervalle de temps qui est un continu. L'instant est la limite d'un intervalle de temps et de ce fait ne représente pas une durée.

Aristote a donc cherché à réfuter les paradoxes en considérant que le segment de droite n'est pas constitué de points, seules ses extrémités sont des points. Le segment de droite n'est pas la somme d'une infinité de parties indivisibles, mais il est infiniment divisible. Aristote peut alors considérer que ce processus de division est un infini potentiel, non un infini actuel. La divisibilité infinie d'une ligne donne toujours des lignes et non des points. Un segment de droite ne comporte donc que deux points, ses extrémités. De même, la division du temps donne toujours des intervalles de temps et non

des instants. L'infini ne peut exister que comme potentialité, la seule conception acceptable de l'infini est celle d'un processus sans fin.

Ce rejet de l'infini actuel a eu des répercussions sur la cosmologie d'Aristote. Pour lui, l'univers est fini et constitué de deux régions différentes, chacune de ces régions étant divisée en sphères concentriques. La région la plus externe de l'univers est celle des cieux qui s'étend de la sphère de la lune à la sphère des étoiles fixes. C'est une région supposée immuable et les seuls changements qui s'y produisent sont les mouvements des corps célestes. Cette région est constituée d'un éther incorruptible. C'est le monde supra lunaire, il est parfait et les étoiles ainsi que les planètes ne peuvent être que des corps parfaits, en l'occurrence des sphères lisses. La perfection du monde supra lunaire implique sa finitude, car l'infini est quelque chose d'inachevé et d'imparfait.

L'univers ne peut être infini car il serait en devenir, en changement dans le temps; or il n'y a pas de changement dans le ciel. Pour Aristote, le déplacement des constellations, observé depuis des siècles, suit un cycle immuable qui s'explique par la rotation de la sphère des étoiles, mais il ne s'agit pas d'un changement dans le sens d'une évolution, d'un devenir. Il considère également que l'univers a existé de tout temps, se démarquant ainsi de Platon qui considérerait que l'univers était l'œuvre d'un demiurge. En considérant que l'univers a existé de tout temps, Aristote introduit sans le savoir un paradoxe dans son système. Ce paradoxe qui sera formulé au cours du Moyen Âge est le suivant :

Puisque l'univers a existé de tout temps, le nombre de fois que le Soleil et les planètes ont fait le tour de la Terre est infini. Cependant, la rotation du Soleil est plus rapide que celle des planètes. Il existe donc des infinis plus grands que d'autres, ce qui est impossible.

Dépression temporelle

Contemporain, le dernier membre vivant de la dynastie des Temporels souffre d'une sévère dépression.

On se souvient que la famille s'est vue confier la mission d'énumérer les éléments de l'ensemble des nombres naturels. Le premier de la lignée, Ancestral, a commencé à compter dès sa naissance à raison d'un nombre par seconde. C'est lui qui a choisi la devise de la famille « Du temporel à l'Éternel ». Décédé à 100 ans et ayant vécu 25 années bissextiles, il a compté jusqu'à

3 155 760 000

Cent générations de Temporel se sont succédés depuis. Bien qu'ayant tous vécu aussi longtemps qu'Ancestral, ils n'ont pu faire mieux que multiplier par 100 le total atteint par celui-ci.

315 576 000 000

N'ayant pas réussi à avoir de descendants, le dernier membre vivant de la dynastie est convaincu d'avoir failli à la tâche. Il a déclaré « j'assume l'entière responsabilité de la faillite de la mission familiale. Je suis forcé d'admettre qu'il est impossible de rendre actuel l'infini potentiel de l'ensemble des nombres naturels. J'espère que mes ancêtres me le pardonneront. »