



Guillaume de l'Hospital

1661-1704

Guillaume de l'Hospital est l'auteur du premier livre en français sur le calcul différentiel : *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*. Publié en 1696, ce texte s'appuie sur les leçons que lui a donné Jean Bernoulli, pendant l'hiver 1691-1692, sur le calcul différentiel inventé par Leibniz en 1684.

Guillaume de l'Hospital

Guillaume de l'Hospital, marquis de Saint-Mesme et comte d'Autrement, est né à Paris en 1661. Enfant, il n'était pas très attiré par l'étude du latin, mais il s'est intéressé très tôt à la géométrie et aurait résolu à quinze ans des problèmes difficiles proposés par Pascal sur la roulette (cycloïde). Comme beaucoup de membres de la noblesse et de sa famille, il débute d'abord par une carrière militaire et sert comme capitaine dans la cavalerie. Durant cette période, il se réfugie souvent seul sous sa tente pour s'adonner à sa passion, les mathématiques. Il démissionne de la cavalerie à cause de sa grande myopie et possiblement pour consacrer plus de temps aux mathématiques.

Il se joint au groupe de Nicolas Malebranche et assiste donc, en 1691, aux conférences que donne Jean Bernoulli, durant son voyage en France, sur les derniers développements en mathématiques, c'est-à-dire le calcul différentiel de Leibniz. Bernoulli a alors 24 ans et le groupe de Malebranche lui offre l'opportunité de rencontrer les principaux mathématiciens et scientifiques de Paris. À cette époque, le calcul différentiel de Leibniz est peu connu en France et Bernoulli remarque rapidement que le marquis de l'Hospital est le plus intéressé des auditeurs par cette nouvelle discipline.

Bernoulli s'engage à donner quatre conférences par semaine, ce qu'il fait

pendant six mois. De l'Hospital assiste à ces conférences et, lorsqu'il retourne dans son domaine d'Oucques, il engage Bernoulli pour recevoir des leçons privées sur le calcul différentiel. En novembre 1692, Bernoulli retourne à Bâle d'où il entretient une correspondance avec de l'Hospital.

Cette correspondance fut cependant suspendue durant six mois à la suite de la parution d'une solution d'un problème posé par Florimond de Beaune. Ce problème consistait à déterminer la courbe dont la sous-tangente a une longueur fixe. Bernoulli avait présenté une solution de ce problème dans ses cours au marquis. Ce dernier avait envoyé la solution à Huygens sans faire mention de Bernoulli et Huygens supposa que l'Hospital en était l'auteur. Peu après, le marquis la publie sous un pseudonyme et Bernoulli, qui est de retour à Bâle, met fin à leurs échanges en prenant connaissance de l'usage qui avait été fait de ses enseignements.

Le 17 mars 1694, de l'Hospital écrit à Bernoulli et propose de lui verser 300 francs par année pour qu'il le tienne informé des développements du calcul infinitésimal et qu'il résolve les problèmes qu'il lui poserait sans communiquer ces solutions à d'autres mathématiciens. De plus, ils ont signé une entente permettant à de l'Hospital d'utiliser à sa guise les découvertes de Bernoulli. En fait, les

deux hommes concluent un accord secret par lequel l'Hospital rachète à Jean Bernoulli ses découvertes pour les publier sous son propre nom.

En 1696, de l'Hospital publie *l'Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence¹ des lignes courbes* en 1696. Dans l'introduction, il reconnaît devoir beaucoup aux Bernoulli et à Leibniz :

Je reconnais devoir beaucoup aux lumières de MM. Bernoulli, surtout à celles du jeune présentement professeur à Groningue. Je me suis servi sans façon de leurs découvertes et de celles de M. Leibniz. C'est pourquoi je consens qu'ils en revendiquent tout ce qui leur plaira, me contentant de ce qu'ils voudront bien me laisser.

De l'Hospital a atteint la notoriété de son vivant grâce à cet ouvrage, le premier à présenter en français l'ensemble des règles du calcul différentiel. Le marquis était compétent comme mathématicien, même s'il a profité des enseignements de Jean Bernoulli.

Par la suite, comme développement de la *Géométrie* de Descartes, le marquis rédige un *Traité analytique des sections coniques* qui est presque complété au début de 1704 lorsqu'il est pris d'une fièvre anodine au départ mais qui lui cause une attaque d'apoplexie dont il meurt le 2 février. Son traité est publié à titre posthume en 1707.

Après la mort du marquis, Jean Bernoulli proclama qu'il était l'auteur de la plupart du contenu du livre. Cette prétention ne fut guère prise au sérieux parce que Jean Bernoulli avait déjà eu ce genre de disputes auparavant et même avec son frère Jacques. En 1921, la découverte d'une copie manuscrite des cours que Jean a donné au marquis et de l'entente entre les deux a permis de comprendre le rôle de chacun dans les développements présentés dans *l'Analyse des infiniment petits*.

1. Le mot *intelligence* est utilisé dans le sens de *compréhension, rendre intelligible*.

Problème de Beaune

Le mathématicien Florimond de Beaune (1601-1652) a constaté qu'il était possible de déterminer les propriétés d'une courbe à partir de celles de sa sous-tangente. Il a posé aux mathématiciens un problème consistant à déterminer la courbe dont la sous-tangente a une longueur fixe.

Dans la démarche de Leibniz, la tangente est déterminée lorsqu'on connaît la sous-tangente t . La relation entre dy/dx , la pente de la tangente, t la sous-tangente et y , l'ordonnée du point de tangence est

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{t}$$

En posant dans cette relation que la sous-tangente est constante, on obtient:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{k}$$

Avec les moyens modernes, la solution est assez simple, on sépare les variables,

$$\frac{dy}{y} = \frac{dx}{k}$$

on applique l'opérateur d'intégration

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{k} \text{ qui donne } \ln y = \frac{x}{k} + c$$

On exprime la relation sous forme exponentielle,

$$y = e^c e^{x/k} = C e^{x/k}$$

Par conséquent, la courbe dont la sous-tangente est constante est la courbe d'une fonction exponentielle. À l'époque de Bernoulli et de l'Hospital, les fonctions logarithmiques et exponentielles de base e , ne sont pas encore connues et pour résoudre le problème de Beaune, il fallait utiliser des méthodes géométriques complexes.

