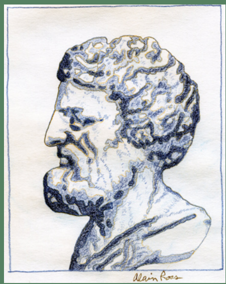
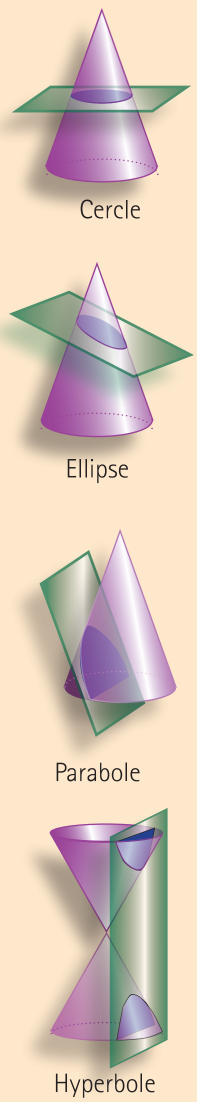


*Apollonius de Pergé*
*~262-~190*

**Apollonius de Pergé, appelé le « grand géomètre » a eu une influence marquante dans le développement des mathématiques grâce surtout à son ouvrage « Coniques » dans lequel il fait l'étude des propriétés géométriques des courbes qui nous sont aujourd'hui familières : la parabole, l'ellipse et l'hyperbole.**

# Apollonius de Pergé

**LES CONIQUES**



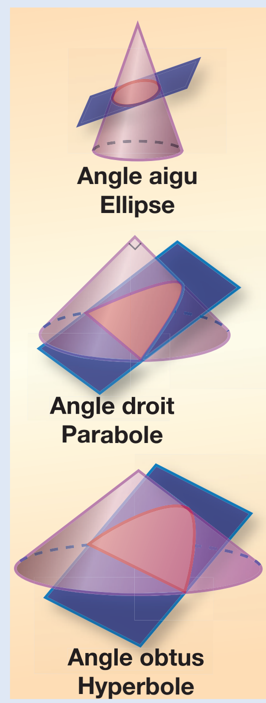

Apollonius est un géomètre et astronome grec originaire de Pergé (ou Perga, actuelle Aksu en Turquie). Apollonius étudie à Alexandrie dans la tradition euclidienne et c'est dans cette optique qu'il œuvre en géométrie. Ses contemporains l'appelaient « le grand géomètre ».

Apollonius a eu une influence marquante dans le développement des mathématiques grâce surtout à son ouvrage *Coniques* dans lequel il fait l'étude des propriétés géométriques des courbes qui nous sont aujourd'hui familières : la parabole, l'ellipse et l'hyperbole.

L'ouvrage d'Apollonius comportait 8 volumes dont seuls les 4 premiers ont été conservés dans le texte grec. Une version arabe des sept premiers volumes a également été conservée. Les volumes 1 à 4 sont une introduction élémentaire aux propriétés fondamentales des coniques qui étaient connues des autres géomètres grecs. Dans les volumes 5 à 7, il présente une étude plus originale s'intéressant, par exemple, à la normale et à la courbure d'une conique.

Le cercle, l'ellipse, la parabole et l'hyperbole ont une caractéristique commune : ce sont toutes des figures obtenues en sectionnant un cône à l'aide d'un plan. C'est pourquoi on les appelle *sections coniques.*

Ces figures ont été étudiées pour la première fois par Menechme, astronome et géomètre grec qui vécut de ~375 à ~325. Les quatre livres qu'Euclide aurait écrit sur les coniques ne nous sont pas parvenus non plus. C'est Pappus d'Alexandrie qui nous apprend qu'Euclide a rédigé de tels ouvrages.

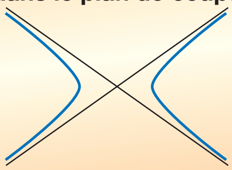



Avant Apollonius, les sections coniques étaient obtenues par un plan perpendiculaire à une génératrice d'un cône. La génératrice étant une droite de la surface du cône joignant le sommet à la base (d'un point de vue moderne une droite animée d'un mouvement circulaire et ayant un point fixe). Si l'angle au sommet du cône est aigu, la courbe d'intersection est une ellipse. Si l'angle au sommet du cône est droit, la courbe d'intersection est une parabole. Si l'angle au sommet du cône est obtus, la courbe d'intersection est une hyperbole.

Les prédécesseurs d'Apollonius avaient démontré plusieurs propriétés des sections coniques. L'originalité d'Apollonius est d'avoir généralisé l'étude des coniques en considérant que le cône peut être droit ou oblique et en faisant varier la direction du plan de coupe. Le cercle est obtenu en sectionnant un cône droit à l'aide d'un plan parallèle à la base du cône. L'ellipse est obtenue en sectionnant un cône droit à l'aide d'un plan qui n'est pas parallèle à la base mais dont l'angle d'inclinaison par rapport à l'horizontale est plus petit que l'angle à la base du cône. En sectionnant le cône à l'aide d'un plan dont l'angle avec l'horizontale est le même que l'angle à la base du cône, on obtient une parabole. L'hyperbole est la figure géométrique obtenue en sectionnant le cône à l'aide d'un plan dont l'angle d'inclinaison par rapport à l'horizontale est plus grand que l'angle à la base du cône.

Pour les prédécesseurs d'Apollonius, l'hyperbole n'avait qu'une seule branche. En considérant deux cônes opposés par le sommet, Apollonius conçoit l'existence d'une seconde branche qu'il appelle *hyperbole opposée.*

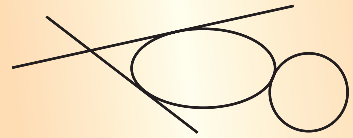
**Hyperbole et ses asymptotes dans le plan de coupe**



Apollonius a désigné les sections coniques en leur donnant les noms de *parabole*, d'*ellipse* et d'*hyperbole*. Dans les huit livres de son traité, il démontre quelques 400 propriétés.

Dans un ouvrage intitulé *Les tangentes* comportant deux livres, Apollonius poursuit les travaux d'Euclide (Livre III des *Éléments*). Il y décrit la construction d'un cercle tangent à trois droites données et généralise le problème en expliquant comment construire une conique tangente à trois objets géométriques donnés. Les objets peuvent être des points, des droites ou des cercles.

**Ellipse tangente à deux droites et à un cercle donnés**



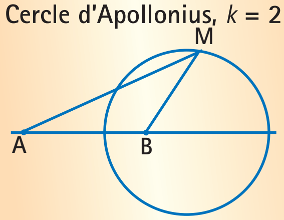
## Lieux de points

Apollonius s'est également intéressé à la recherche de divers lieux géométriques. Il a laissé son nom à l'un de ces lieux.

Soit deux points A et B et un nombre $k > 1$. Décrire le lieu des points M tels que $AM/BM = k$.

Le lieu des points est un cercle, appelé *cercle d'Apollonius.*

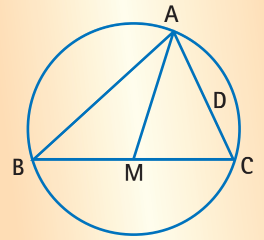
Cercle d'Apollonius, $k = 2$




## Théorème d'Apollonius

Dans un triangle ABC, si M désigne le pied de la médiane abaissée sur le côté BC, alors :

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2\left(\overline{BM}^2 + \overline{MA}^2\right)$$





Prodafor Inc